

Программирование, 10-й класс

Листок 20: Графы, деревья. Обходы в глубину и ширину.

В следующих задачах предполагается, что дан неориентированный граф $G = (V, E)$, не содержащий петель и кратных рёбер (если не указано иное).

1. Для рекурсивной программы обхода двоичного дерева выписать 3 варианта перечисления вершин (порядки ВЛП, ЛВП и ЛПВ) для полного дерева из 7 элементов (т.е. вершина 1, её потомки 2 и 3, их потомки 4, 5 и 6, 7).
2. Напишите программу, создающую бинарное дерево по последовательности следующих команд:
L, R, U, L+value, R+value, где:

- L — переход в корень левого поддерева
- R — переход в корень правого поддерева
- U — переход в родителя
- L+value — создание левого поддерева, состоящего из одного элемента со значением value
- R+value — создание правого поддерева, состоящего из одного элемента со значением value

На вход программе подаётся файл `input.txt`. В первой строчке — целое число, которое помещается в корень дерева, далее следуют описанные выше команды, по одной в каждой строчке.

Для созданного таким образом дерева написать рекурсивные программы для каждого из обходов задачи 1.

3. Разные способы представления графов:
 - (a) (464) Простой неориентированный граф задан матрицей смежности, выведите его представление в виде списка рёбер.
 - (b) (465) Простой неориентированный граф задан списком рёбер, выведите его представление в виде матрицы смежности.
 - (c) (466) Ориентированный граф задан матрицей смежности, выведите его представление в виде списка рёбер.
 - (d) (467) Простой ориентированный граф задан списком рёбер, выведите его представление в виде матрицы смежности.
4. Задан ориентированный граф $G = (V, E)$ и номер одной из его вершин. Требуется вычислить следующие характеристики графа:
 - (a) перечислить его вершины в порядке обхода в глубину;
 - (b) вывести лес обхода в глубину — массив предшественников `pred`;
 - (c) время начала и конца обработки вершины в процессе обхода в глубину — создать и заполнить два массива: t_{in} и t_{out} .
 - (d) вывести характеристики всех рёбер (рёбра леса обхода в глубину (`tree`), обратные (`back`), прямые (`forward`) и перекрёстные (`cross`)) — создать и заполнить 4 соответствующих массива;

Все указанные характеристики требуется вычислить в рамках одной функции обхода в глубину (вызванной, возможно, в самой программе несколько раз).

5. Задан ориентированный граф $G = (V, E)$ и две его вершины u и v . Определить — достижима ли вершина v из вершины u ? Решить задачу для двух способов задания графа: в виде матрицы смежности и списков (множеств) смежности.
6. (111541) Неориентированный граф $G = (V, E)$ задан матрицей смежности. Определить — является ли данный граф деревом.

7. (111540) Посчитать количество компонент связности данного неориентированного графа и вывести их.

В этой задаче потребуется установить максимальную глубину рекурсии, равную по умолчанию 1000. Нужно значение определите сами. Сделать это можно так:

```
from sys import setrecursionlimit
```

```
...
```

```
setrecursionlimit(N)
```

8° Дан граф $G = (V, E)$ без петель и кратных рёбер. Если в графе есть цикл, вывести 'YES' и вершины любого цикла. В противном случае вывести 'NO'. Решите задачу для случая:

(a) (98) ориентированного графа

(b) (111841) неориентированного

Внимание: граф не обязательно связан.

Дополнительные задачи

9° Топологическая сортировка задаёт следующий порядок перечисления вершин ориентированного ациклического графа $G = (V, E)$:

$$\exists(u, v) \in E \Rightarrow u \prec v$$

т.е. если существует ребро (u, v) , то вершина u предшествует вершине v .

(166) Написать программу топологической сортировки ориентированного графа.

10. (1237) На некоторой железнодорожной ветке расположено N станций, которые последовательно пронумерованы числами от 1 до N . Известны расстояния между некоторыми станциями.

Требуется точно вычислить длины всех перегонов между соседними станциями или указать, что это сделать невозможно (то есть приведённая информация является противоречивой или ее недостаточно).

11. (165) На банкет были приглашены N человек. Были поставлены 2 стола. Столы достаточно большие, чтобы все посетители банкета могли сесть за любой из них. Но некоторые люди не ладят друг с другом и не могут сидеть за одним столом. Необходимо определить, возможно ли всех людей рассадить за двумя столами.

12* (932) Дан неориентированный граф $G = (V, E)$. Вывести эйлеров цикл, эйлеров путь или слово 'NO' в зависимости от существования в данном графе, соответственно, эйлерова цикла или эйлерова пути.

Эйлеров цикл — замкнутый путь в графе, содержащий каждое ребро графа ровно один раз.

Указание: Задача поиска пути в графе G легко сводится к задаче поиска цикла в графе G' , полученном из G добавлением новой вершины, инцидентной двум нечётным вершинам графа G .

13. Дан неориентированный граф. Перечислить его вершины в порядке их обхода в ширину.

Входные данные:

в первой строке файла `input.txt` через пробел указаны два числа: N — количество вершин графа и V — вершина, откуда стартует обход в ширину ($0 \leq V \leq N - 1$). Далее описываются рёбра графа. Описание каждого ребра в отдельной строке: два числа от 0 до $N - 1$ каждое, задающие неориентированное ребро.

Выходные данные:

в одной строке вывести числа от 0 до $N - 1$ — вершины данного графа в порядке обхода в ширину, начиная с вершины V .

14. (160) В неориентированном невзвешенном графе найти кратчайший путь между двумя данными вершинами.

15. (163) Два коня на шахматной доске ходят одновременно. Определить, через какое минимальное количество ходов они окажутся в одной клетке?