

Разные задачи.

А. Ремонт

Иннокентий устроил ремонт на кухне и решил переложить кафельную плитку.

Кухня Иннокентия представляет собой прямоугольник W на H метров. Каждая плитка имеет фиксированный размер a на b метров, и на нее нанесен интересный узор. Для того, чтобы пол кухни выглядел красиво, плитку надо класть так, чтобы каждая сторона плитки граничила максимум с одной плиткой и была параллельна одной из сторон кухни. Плитки нельзя поворачивать, даже все одновременно — сторона кухни длиной W должна быть всегда параллельна стороне плитки длиной a .

Возможно, плитки придется разрезать на меньшие части с помощью прямолинейных разрезов вдоль одной из сторон. При этом полученные части плитки можно также разрезать на меньшие части. Иннокентий хочет замостить кухню так, чтобы в итоге было использовано минимально возможное количество плиток и их частей.

Помогите Иннокентию выяснить, какое минимальное число целых плиток размером a на b нужно купить, чтобы красиво замостить всю кухню.

Входные данные.

В первой строке входных данных содержатся два целых числа W и H — размеры кухни ($1 \leq W, H \leq 10000$). В следующей строке содержится два целых числа a и b — размеры одной плитки ($1 \leq a \leq W, 1 \leq b \leq H$).

Выходные данные.

Выведите одно число — минимальное число плиток, которое необходимо купить Иннокентию. Помните, что плитки ни в коем случае нельзя поворачивать!

Input	Output
10 10 2 2	25
3 5 2 2	4
35 17 25 1	26

В. Страусиная ферма

Джонни разводит страусов на своей маленькой ферме.

На ферме есть $N \times M$ птиц. Джонни соорудил каждому страусу по загону, установив перегородки так, чтобы они образовывали прямоугольник из N строк и M столбцов. Тем самым образуется ровно $N \times M$ квадратных загонков 1×1 . Между соседними загонами он стоит ровно одна перегородка, а не две.

Страус Чак, находившийся в нижнем левом загоне, начал пробивать себе путь на волю, ломая перегородки. Сначала он сломал правую перегородку и переместился загонем правее. Потом он сломал верхнюю перегородку и переместился вверх. Далее он прокладывал себе путь по такому же принципу: ломая попеременно то правую, то верхнюю перегородку, пока, наконец, не оказался на свободе.

Желая исправить поломку, Джонни отправил письмо на ближайшую лесопилку, указав, сколько у него осталось перегородок, но забыв при этом указать, сколько ему требуется.

Зная, сколько у Джонни осталось перегородок, определите, каких размеров могла быть ферма.

Входные данные

На вход подается целое число X ($1 \leq X \leq 10^9$ — количество перегородок, оставшихся у Джонни).

Выходные данные.

В первой строке выходного файла выведите C — число возможных вариантов размеров фермы.

В последующих C строках выведите возможные варианты размеров фермы. В каждой строке выведите через пробел два целых числа — возможное значение N и M .

Обратите внимание, Джонни мог ошибиться при подсчете оставшихся перегородок, поэтому возможно, что не существует вариантов, подходящих под условие. В таком случае требуется вывести единственное число 0.

Input	Output
9	2 3 1 2 2

C. *Фибоначчиева последовательность*

Последовательность чисел $a_1, a_2, \dots, a_i, \dots$ называется Фибоначчиевой, если для всех $i \geq 3$ верно, что $a_i = a_{i-1} + a_{i-2}$, то есть каждый член последовательности (начиная с третьего) равен сумме двух предыдущих.

Ясно, что задавая различные числа a_1 и a_2 мы можем получать различные такие последовательности, и любая Фибоначчиева последовательность однозначно задается двумя своими первыми членами.

Будем решать обратную задачу. Вам будет дано число N и два члена последовательности: a_N и a_{N+1} . Вам нужно написать программу, которая по их значениям найдет a_1 и a_2 .

Входные данные.

Вводятся число N и значения двух членов последовательности: a_N и a_{N+1} ($1 \leq N \leq 30$, члены последовательности — целые числа, по модулю не превышающие 100)

Выходные данные. Выведите два числа — значения первого и второго членов этой последовательности.

Input	Output
4	1 1
3 5	

D. *Спички*

Вдоль прямой выложены три спички. Необходимо переложить одну из них так, чтобы при поджигании любой спички сгорали все три. Для того чтобы огонь переходил с одной спички на другую, необходимо чтобы эти спички соприкасались (хотя бы концами).

Требуется написать программу, определяющую, какую из трех спичек необходимо переместить.

Входные данные.

Вводятся шесть целых чисел через пробел: $l_1, r_1, l_2, r_2, l_3, r_3$ — координаты первой, второй и третьей спичек соответственно ($0 \leq l_i < r_i \leq 100$). Каждая спичка описывается координатами левого и правого концов по горизонтальной оси OX .

Считать несколько целочисленных переменных, записанных в одной строке через пробел, можно так:

```
a, b, c = map(int, input().split())
```

Выходные данные.

Выведите номер искомой спички. Если возможных ответов несколько, то выведите наименьший из них. В случае, когда нет необходимости перемещать какую-либо спичку, выведите 0. Если же требуемого результата достигнуть невозможно, то выведите число -1 .

Input	Output
0 2 4 5 3 6	1

E. *Канарейки*

В Московском зоопарке N канареек. Ученым предстоит решить, как лучше всего распределить N канареек по имеющимся в зоопарке K клеткам так, чтобы при этом ни одна клетка не пустовала. Поскольку главным критерием при размещении птиц является комфорт, орнитологов в первую очередь интересует, сколько канареек окажется в самой заполненной клетке (то есть в клетке с максимальным числом канареек).

Для начала требуется оценить эту величину, то есть найти, какое минимально и максимально возможное количество птиц может оказаться в самой заполненной клетке при условии, что ни одна клетка не останется пустой.

Входные данные.

В единственной строке содержатся два натуральных числа, разделенных пробелом: N — количество канареек и K — количество клеток ($1 \leq K \leq N \leq 10^9$).

Выходные данные.

Выведите два натуральных числа: минимально и максимально возможное количество канареек в самой заполненной клетке.

Input	Output
7 4	2 4

Ф. *В гору пойдёт*

Команда туристического клуба «В гору пойдёт!» только что вернулась из очередного похода. Прямо сейчас участники экспедиции с жаром спорят о том, какой же горный хребет они покорили. Достоверно известно, что на маршруте было N стоянок, причём все — на разной целочисленной высоте от 1 до N над уровнем моря. Альпинисты заблаговременно прибыли на место первой стоянки, а потом шли по маршруту в течении $N - 1$ дня: в первый день они шли от 1-й стоянки до 2-й, во второй — от 2-й до 3-й и так далее, пока в последний день не совершили переход от стоянки под номером $N - 1$ до стоянки под номером N , завершив этим свой маршрут. Участники экспедиции пытаются понять, на какой высоте находилась каждая стоянка. В их распоряжении имеются записи в журнале, содержащие информацию о том, в какой день они шли в гору, а в какой — спускались.

Помогите альпинистам! Подскажите им хоть какой-нибудь вариант маршрута, не противоречащий записям в журнале.

Входные данные.

В первой строке входного файла содержится натуральное число N — количество стоянок на маршруте ($2 \leq N \leq 10^6$). Во второй строке входного файла содержится последовательность длины $N - 1$, состоящая из знаков $<$ и $>$. Если на i -м месте в этой последовательности стоит знак $<$, то в i -й день альпинисты шли в гору, а знак $>$ означает, что в i -й день они спускались.

Выходные данные.

Выведите строку, содержащую N различных целых чисел от 1 до N , разделённых пробелами, — маршрут, по которому могли пройти альпинисты. Маршрут описывается высотами стоянок в том порядке, в котором их посетили участники экспедиции.

Если возможных ответов несколько, выведите любой.

Input	Output
5 >><>	3 2 1 5 4

Г. *Правильная скобочная последовательность*

На уроке алгебры Ване задали вычислить арифметическое выражение. Конечно же, вычислять выражение Ваня не стал, а вместо этого стер из примера все цифры и знаки арифметических действий. В итоге получилась последовательность из открывающих и закрывающих круглых скобок.

Определите, не ошибся ли Ваня при стирании знаков.

Входные данные.

В единственной строчке находится последовательность, содержащая только символы "(" и ")"

Выходные данные.

Определите, является ли данная последовательность *правильной скобочной последовательностью*, и выведите YES или NO.

Формально, правильную скобочную последовательность можно определить так:

- (a) Последовательность с нулём символов правильная.
- (b) Если A правильная скобочная последовательность, то последовательность (A) тоже правильная.
- (c) Если A и B правильные скобочные последовательности, то последовательность AB тоже правильная.

Input	Output
()	NO
(())	YES

Н. *Правильная скобочная последовательность — 2*

После урока алгебры Ваня пошел на информатику. Написав программу, он также стер в ней все символы кроме скобок. В итоге получилась последовательность из круглых, квадратных и фигурных скобок.

Определите, не ошибся ли Ваня при стирании знаков.

Входные данные.

В единственной строке находится последовательность, содержащая только символы "[", "]", "(", ")", "{", "}" и "}". Длина строки не превосходит 10^5 .

Выходные данные.

Определите, является ли данная скобочная последовательность правильной, и выведите YES или NO. Формально, правильную скобочную последовательность можно определить так:

- (a) Последовательность с нулем символов правильная.
- (b) Если A правильная скобочная последовательность, то последовательности (A) , $[A]$ и $\{A\}$ тоже правильные.
- (c) Если A и B правильные скобочные последовательности, то последовательность AB тоже правильная.

Input	Output
[]{}	YES

I. *Гипотеза Гольдбаха*

Гипотеза Гольдбаха (не доказанная до сих пор) утверждает, что любое чётное число (кроме 2) можно представить в виде суммы двух простых чисел.

Входные данные.

Программа получает на вход одно натуральное чётное число N ($3 < N < 10^6$).

Выходные данные.

Программа должна вывести два числа, разделённые пробелом. Числа должны быть простыми и давать в сумме N .

Если ответов несколько, можно вывести любой.

Input	Output
4	2 2

J. *Марсианские факториалы*

Необходимо подсчитать количество нулей в конце числа $N!$, записанного в K -ичной системе счисления.

Входные данные. В первой строке входных данных содержатся числа N и K , разделённые пробелом, ($1 \leq N \leq 10^9, 2 \leq K \leq 1000$).

Выходные данные. Выведите число X — количество нулей в конце записи числа $N!$ в системе счисления с основанием K .

Input	Output
5 10	1

K. *Игра "Квадраты"*

Игра начинается с произвольного целого неотрицательного числа. Два игрока по очереди вычитают из него натуральные числа, являющиеся полными квадратами (то есть 1, 4, 9, 16, 25 и т.д.), так чтобы оставшееся число было неотрицательным. Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход.

Входные данные.

В первой строке входных данных содержится число $N \leq 1.5 \cdot 10^4$, с которого начинается игра.

Выходные данные.

Выведите номер игрока (1 или 2), который может победить вне зависимости от действий соперника. Если выигрышной стратегии нет ни у одного игрока, выведите 0.

Input	Output
3	1

L. Игра "Квадраты" с подсчетом

Игра начинается с произвольного целого неотрицательного числа. Два игрока по очереди вычитают из него натуральные числа, являющиеся полными квадратами (то есть 1, 4, 9, 16, 25 и т.д.), так чтобы оставшееся число было неотрицательным. Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход.

Входные данные.

В первой строке входных данных содержится число $N \leq 10^6$, с которого начинается игра.

Выходные данные.

Выведите номер игрока (1 или 2), который может победить вне зависимости от действий соперника, а также два числа:

- минимальное количество ходов, которое победителю точно будет достаточно сделать для победы
- максимальное количество ходов, которое успеет сделать в партии проигравший.

Input	Output
3	1 2 1
12	2 3 3

Комментарий к тестам:

при $N = 3$ выигрывает первый игрок, при этом игра получается довольно примитивная. Каждый может делать только ходы, вычитающие единицу. Всего будет сделано три хода, два из которых сделает первый игрок, и один ход — второй игрок.

при $N = 12$ рекомендуется нарисовать дерево игры и убедиться в том, что:

- первый игрок проигрывает;
- общее количество ходов, которое может быть сделано в этой партии, не превышает 6;
- победитель не сможет сделать меньше 3 ходов для *гарантированной* победы;
- проигравший не сможет сделать больше 3 ходов.

M. Игра "Даты"

Играют двое. Задаётся какая-то дата 2016 года. Каждый игрок на своём ходе называет более позднюю дату, увеличивая на 1 или 2 либо день в месяце, либо месяц, но не то и другое сразу. При этом сочетание дня и месяца должно оставаться датой. Например, получив дату 30 марта, игрок может в ответ назвать 31 марта, 30 апреля или 30 мая (32 марта и 1 апреля называть нельзя). Игрок, назвавший 31 декабря, проигрывает. Оба играют наилучшим образом. Исходя из заданной даты вывести, кто выиграет.

Входные данные

В первой строке находятся числа, обозначающие день и месяц.

Выходные данные

Вывести 1, если выигрывает первый (начинающий) игрок, или 2 - в противном случае.

Input	Output
30 12	2

N. Игра "Камни"

На столе лежат N камней. За ход игрок может взять со стола:

- 1 или 2 камня, если количество камней на столе делится на 3;
- 1 или 3, если количество камней на столе при делении на 3 даёт остаток один;
- 1, 2 или 3, если оно при делении на 3 даёт остаток два.

Каждый ход можно сделать при наличии достаточного количества камней. Проигрывает тот, кто хода сделать не может.

Входные данные

Вводится целое число $0 < N \leq 10^6$.

Выходные данные

Выведите 1 или 2 – номер игрока, который выиграет при правильной игре.

Input	Output
2	1

О. Игра "Число"

Играют двое. Первый ход первого игрока заключается в том, что игрок выписывает любую цифру кроме нуля. В дальнейшем ход игрока заключается в том, что он приписывает справа к уже написанному числу произвольную цифру. Выигрывает тот, после чьего хода выписанное число больше или равно заданного числа N .

Входные данные

Первая строка входного файла содержит целое число $1 \leq N \leq 10^{100000}$. Это число не содержит ведущих нулей.

Выходные данные

Выведите 1, если при оптимальной игре выигрывает первый игрок, и 2 в противном случае.

Input	Output
22	1

Р. Игра "Спички"

Двое играют в следующую игру. Из кучки спичек за один ход игрок вытягивает либо 1, либо 2, либо 1000 спичек. Выигрывает тот, кто забирает последнюю спичку. Кто выигрывает при правильной игре?

Входные данные

Вводится одно натуральное число $1 \leq N \leq 10000$, начальное количество спичек в кучке.

Выходные данные

Выведите 1, если выигрывает первый игрок (тот, кто ходит первым), или 2, если выигрывает второй игрок.

Input	Output
2	1

Q. Игра "Карточки"

В начале игры на поле выкладываются карточки с числами. Затем двое игроков по очереди берут себе по одной карте за ход. Игра заканчивается, когда на поле не остается карточек. Выигрывает тот, у кого сумма чисел на карточках делится на три. В случае если сумма чисел делится на три у обоих игроков, объявляется ничья. Также ничья объявляется, если ни у одного игрока сумма не делится на три.

Входные данные

Первая строка входного файла содержит натуральное число $1 \leq N \leq 50$ — количество карточек. Следующая строка содержит N целых чисел, разделенных пробелами — значения, написанные на карточках. Все числа не превосходят 1000 по модулю.

Выходные данные

В первой строке выходного файла выведите «FIRST», если при оптимальной игре выигрывает первый игрок, «SECOND», если второй. В случае, если при оптимальной игре случается ничья, выведите «DRAW».

Input	Output
3 3 6 9	DRAW

Р. Игра "Богатыри"

Алеша Попович и Добрыня Никитич сражаются со стаей двух- и трёхголовых драконов. Они по очереди взмахивают мечами, и одним махом могут отрубить любое (по своему желанию) число голов, но только у одного дракона. Отрубивший последнюю голову у последнего дракона получает в жены прекрасную принцессу.

Кто из богатырей (начинающий или второй) может получить в жены принцессу независимо от действий другого?

Входные данные

Во входном файле записано два числа N и M — количество двух- и трёхголовых драконов соответственно (оба числа целые из диапазона от 0 до 100).

Выходные данные

В выходной файл выведите сначала число 1 или 2 определяющее, кто из богатырей имеет все шансы получить в жены принцессу (1 — тот, кто начинает, 2 — второй). В случае 1 выведите также все варианты его первого хода, которые к этому приводят: сначала выведите количество

различных выигрышных ходов (при этом отрубание одинакового количества голов у разных двухголовых драконов считается одним и тем же ходом, так же и для трёхголовых), а затем сами ходы. Каждый ход задается парой чисел: первое число определяет у сколькоголового дракона нужно отрубить головы, а второе — сколько голов нужно отрубить.

Input	Output
3 2	1 2 2 2 3 2