

Дополнительный листок – 02.

Наибольший Общий Делитель, алгоритм Евклида.

A. Алгоритм Евклида

Алгоритм Евклида для вычисления наибольшего общего делителя (gcd — greatest common divisor) двух натуральных чисел a и b ($a > b$) основан на следующем факте:

$$gcd(a, b) = gcd(a - b, b)$$

Можно сообразить, что многократно выполняемую операцию вычитания можно заменить операцией взятия остатка от деления:

$$gcd(a, b) = gcd(a \% b, b)$$

Напишите программу, которая вычисляет НОД двух данных натуральных чисел, не превосходящих 10^{18} .

На вход программе подаются два натуральных числа: a и b .

Программа должна вывести одно число — наибольший общий делитель двух введённых чисел.

| Input | Output |
|----------|--------|
| 21 14 | 7 |

B. Полоска бумаги

Полоска бумаги имеет размеры $A \times B$. Каждый раз от неё отрезается квадрат максимального размера до тех пор, пока после отрезания не останется квадрат. Сколько квадратов получится?

На вход программе подаются два натуральных числа: A и B ($1 \leq A, B \leq 10^9$).

Программа должна вывести количество квадратов.

| Input | Output |
|-------|--------|
| 15 3 | 5 |
| 12 8 | 3 |
| 5 5 | 1 |

C. Целые точки отрезка

Требуется написать программу, которая вычислит, сколько всего точек с целочисленными координатами принадлежат отрезку.

Даны четыре целых числа — координаты концов отрезка (x_1, y_1) и (x_2, y_2) на декартовой плоскости. Каждая из координат не превышает по абсолютной величине значения 1000.

Требуется вывести количество точек отрезка, имеющих целочисленные координаты.

| Input | Output |
|-----------|--------|
| 1 0 5 0 | 5 |
| -1 -2 2 4 | 4 |

D. *Граница многоугольника*

Многоугольник на плоскости задан целочисленными координатами своих N вершин в декартовой системе координат. Требуется найти количество точек с целочисленными координатами, лежащих на границе многоугольника. Стороны многоугольника друг с другом не соприкасаются (за исключением соседних — в вершинах) и не пересекаются.

В первой строке содержится число N ($3 \leq N \leq 10^5$), а в следующих N строках пары чисел x_i, y_i ($|x_i|, |y_i| \leq 10^9$) — координаты точек. Если соединить точки в данном порядке, а также соединить первую и последнюю точки, получится заданный многоугольник.

Программа должна вывести одно число — количество точек с целочисленными координатами на границе многоугольника.

| Input | Output |
|---|--------|
| 8 5 15 15 5 15 -5 5 -15 -5 -15 -15 -5 -15 5 -5 15 | 80 |
| 4 1 0 -1 2 -2 0 -1 -2 | 6 |

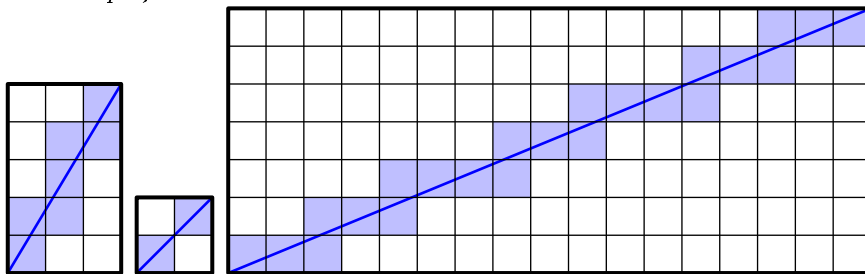
E. *Испорченные плитки*

Комната имеет прямоугольную форму. Её пол покрыли квадратными плитками, A штук в ширину и B штук в длину.

По диагонали комнаты провели краской тонкую линию. Сколько плиток оказалось испорчено? Если линия прошла по границе плитки или через её вершину, то будем считать, что плитка не испорчена. На вход программе даётся две строки, в первой A — ширина комнаты в плитках, во второй B — длина комнаты в плитках. Числа натуральные, не превосходят 10^{18} .

| Input | Output |
|---------|--------|
| 3 5 | 7 |
| 2 2 | 2 |
| 17 7 | 23 |

Иллюстрации к тестам:



F. *Рассадка в кинотеатре*

Марья Ивановна с Марьей Михайловной привели школьников в кинотеатр.

Сначала Марья Ивановна построила всех школьников по алфавиту и рассадила их: сначала в первый ряд слева направо, затем во второй слева направо и т.д., заполнив весь зал из N рядов по M кресел.

Потом пришла Марья Михайловна и сказала, что ребята сели неправильно — надо пересесть. Она тоже построила всех школьников по алфавиту, но предложила сначала заполнить все первые места от первого ряда к последнему, затем все вторые места и т. д.

Определите, сколько школьников после такой пересадки останется на своём месте.

Например, ниже приведён пример для $N = 3$ и $M = 3$ (слева первая рассадка, справа — вторая; экран сверху):

| | |
|-------|-------|
| 1 2 3 | 1 4 7 |
| 4 5 6 | 2 5 8 |
| 7 8 9 | 3 6 9 |

Таким образом, три школьника: 1, 5 и 9 останутся на своих местах.

Вводятся два целых числа N и M ($1 \leq N, M \leq 10^9$).

Выведите количество школьников, которые останутся на своих местах.

| Input | Output |
|-------|--------|
| 3 3 | 3 |
| 2 4 | 2 |

G. *Шестерёнки*

Даны две сцепленные шестерёнки. У одной шестерёнки N зубцов, у другой K зубцов.

Требуется найти, какое минимальное число поворотов на один зубчик требуется сделать, чтобы шестерёнки вернулись в исходное состояние. В единственной строке вводятся два натуральных числа N и K ($1 \leq N, M \leq 10^7$).

Выведите искомое количество поворотов.

| Input | Output |
|-------|--------|
| 2 3 | 6 |
| 6 21 | 42 |

H. *Остатки*

В комнате, имеющей форму прямоугольного треугольника требуется замостить максимальную площадь пола плитками размером 1×1 . Плитки должны плотно прилегать к катетам и/или друг к другу. Разрезать их нельзя, плитки не должны выходить за край комнаты.

На складе имеются контейнеры, каждый из которых содержит P таких плиток. Сколько плиток в последнем использованном контейнере останется на складе после окончания работы?

Единственная строка входного файла содержит три целых числа: длины катетов M , N ($2 \leq M, N \leq 2 \cdot 10^9$) и P ($100 \leq P \leq 10000$).

Единственная строка выходного файла должна содержать целое число — количество неиспользованных плит из последнего контейнера.

| Input | Output |
|---------|--------|
| 4 3 100 | 97 |