

Массивы. Вектора.

Обозначения:

Элементы массива — целые числа, если не указано иное.

Фраза "за один проход по массиву" означает, что основной алгоритм должен быть записан при помощи цикла или циклов, суммарное количество итераций которых не больше, чем размер массива.

Символом ° помечены ключевые задачи, они используются в более сложных алгоритмах, как вспомогательные.

Символом * помечены более сложные задачи.

Внимание! Все задачи листочка требуется решить без использования вспомогательных массивов, строк и иных структур данных (если только создание массива не требуется в условии задачи).

Использование `max`, `min`, `abs` и прочих функций, принимающих на вход скаляры (т.е. не массивы), разрешается и поощряется.

Кроме того, изменять данный массив разрешается только в случае, если в условии задачи это указано явно (т.е. сказано, что разрешается его изменять или само изменение является целью задачи).

Добавить один элемент в конец массива можно так:

```
v.push_back(value);
```

Удалить один элемент из конца массива можно так:

```
val = v.pop_back();
```

Обе эти операции достаточно эффективны. Можете считать, что время работы обеих не зависит от длины массива, к которому они применяются.

Считывать массив целых чисел, записанных в одну строку через пробел, можно так:

```
vector<int> arr;
```

```
int v;
```

```
while (cin > v) arr.push_back(v);
```

Выводить массив целых чисел в одну строку через пробел можно так:

```
for (int v : arr) cout << v << " ";
```

A. Максимальный элемент и его номер

Дан список чисел. Выведите значение наибольшего элемента в списке, а затем индекс этого

элемента в списке. Если наибольших элементов несколько, выведите индекс первого из них.

В первой строке вводится натуральное число N , во второй — N целых чисел через пробел.

Программа должна вывести два числа — ответ на вопрос задачи.

Input	Output
5 1 2 3 2 1	3 2

B. Поменять местами максимальный и минимальный элементы

В массиве поменять местами минимальный и максимальный элементы. Если минимальных несколько, взять тот, который имеет наименьший индекс. Если максимальных несколько, взять тот, который имеет наибольший индекс.

В первой строке вводится натуральное число N , во второй — N целых чисел через пробел.

Программа должна изменить массив в соответствии с условием задачи и вывести его.

Input	Output
5 3 4 5 2 1	3 4 1 2 5

C. Линейный поиск

Напишите программу, которая выводит номера элементов массива, равных данному числу.

В первой строке задается одно натуральное число N , не превосходящее 1000 — размер массива.

Во второй строке вводятся N чисел — элементы массива (целые числа, не превосходящие по модулю 1000).

В третьей строке содержится одно целое число x , не превосходящее по модулю 1000.

Вывести номера элементов, равных данному, в порядке возрастания в одну строку через пробел.

Нумерация элементов начинается с единицы. Если таких элементов нет, ничего выводить не нужно.

Input	Output
5 1 2 3 4 5 3	3

D. *Наименьший нечётный элемент*

Найдите значение наименьшего нечётного элемента массива. Если в массиве нет нечётных элементов — выведите число 0. Решите задачу при помощи одного прохода по массиву. В первой строке вводится натуральное число N , во второй — N целых чисел через пробел. Программа должна вывести единственное число — ответ на вопрос задачи.

NB: обойдитесь в этой задаче одним проходом по массиву, пожалуйста.

Input	Output
5 0 1 2 3 4	1

E. *Больше своих соседей*

Дан список чисел. Определите, сколько в этом списке элементов, которые больше двух своих соседей (т.е. таких элементов x_i , что $x_{i-1} < x_i > x_{i+1}$) и выведите количество таких элементов. Первый и последний элементы не имеют обоих соседей, поэтому учитываться не должны. В первой строке вводится натуральное число N , во второй — N целых чисел через пробел. Программа должна вывести единственное число — ответ на вопрос задачи.

Input	Output
5 1 2 3 4 -2	1

F. *Переставить соседние*

Переставьте соседние элементы массива ($A[0]$ с $A[1]$, $A[2]$ с $A[3]$ и т.д.). Если элементов нечётное число, то последний элемент остается на своем месте.

В первой строке вводится натуральное число N , во второй — N целых чисел через пробел.

Программа должна изменить массив в соответствии с условием задачи и вывести его.

Input	Output
5 1 2 3 4 5	2 1 4 3 5

G. *Наибольшая сумма двух соседних*

Найдите наибольшее значение суммы двух соседних элементов в данном массиве. Можно считать, что в массиве есть не менее двух элементов.

На вход подаётся натуральное число $N(2 \leq N \leq 10^5)$. Затем на вход подаётся строка, в которой через пробел записаны N целых чисел. Каждое число не превосходит по модулю 10^9 .

Программа должна вывести единственное число — ответ на вопрос задачи.

Input	Output
5 1 2 6 -5 4	8

H. *Арифметическая прогрессия*

Дан целочисленный массив. Выяснить, являются элементы данного массива элементами какой-то арифметической прогрессии, идущими подряд? Если да, вывести разность этой арифметической прогрессии, иначе вывести слово NO. Можно считать, что массив содержит не менее двух чисел.

Input	Output
5 1 3 5 7 9	2
5 1 2 3 4 6	NO

I. *Ближайшее число*

Напишите программу, которая находит в массиве элемент, самый близкий по величине к данному числу.

Если таких чисел несколько — выведите любое.

На вход подаётся натуральное число $N(2 \leq N \leq 10^5)$. Затем на вход подаётся строка, в которой через пробел записаны N целых чисел. Каждое число не превосходит по модулю 10^9 . В последней строке даётся целое число A .

Программа должна вывести одно из чисел массива — ближайшее к числу A . Если таких несколько — выведите любое.

Input	Output
5 1 2 3 4 5 6	5

Ж. *Сколько различных элементов в упорядоченном массиве*

Дан массив, упорядоченный по неубыванию элементов в нём. Определите, сколько в нём различных элементов. Размер массива не превышает 10^5 .

Input	Output
6 1 2 2 3 3 3	3

К. *Максимальный элемент и их количество*

Найдите за один проход по целочисленному массиву наибольшее значение в этом массиве и количество элементов, имеющих такое значение.

Input	Output
7 8 7 7 5 5 8 5	8 2

Л. *Циклический сдвиг вправо*

Циклически сдвиньте элементы списка вправо ($A[0]$ переходит на место $A[1]$, $A[1]$ на место $A[2]$, ..., последний элемент $A[N - 1]$ переходит на место $A[0]$).

Требуется обойтись $N + 1$ оператором присваивания.

Имейте в виду, что присваивание вида $a, b = b, a$ в Python или $\text{swap}(a, b)$ в C++ это как минимум два присваивания.

Input	Output
5 1 2 3 4 5	5 1 2 3 4

М. *Заменить на полусумму соседей*

Замените все элементы массива, кроме первого и последнего на полусумму его соседних элементов (соседа слева и соседа справа).

Input	Output
5 3 5 2 1 7	3 2.5 3.0 4.5 7

№ *Нули — в конце*

Напишите программу, которая выполняет «сжатие массива» — переставляет все нулевые элементы в конец массива. При этом все ненулевые элементы располагаются в начале массива в том же порядке.

В первой строке вводится натуральное число $N \leq 10^5$, во второй — N целых чисел через пробел.

Программа должна изменить массив в соответствии с условием задачи и вывести его.

Input	Output
6 1 0 2 0 3 4	1 2 3 4 0 0

О. *Пары равных элементов*

Дан массив чисел. Посчитайте, сколько в нем пар элементов, равных друг другу. Считается, что любые два элемента, равные друг другу, образуют одну пару, которую необходимо посчитать.

Изменять массив нельзя, размер массива не превосходит 100.

Input	Output
5 1 2 3 2 3	2
5 1 1 1 1 1	10

Р. *Самое частое число*

Дан целочисленный массив. Не изменяя его и не используя дополнительные массивы, определите, какое число в этом списке встречается чаще всего.

Если таких чисел несколько, выведите любое из них.

Размер массива не превосходит 10^3 .

Input	Output
6 1 2 3 2 3 3	3

Q. *Сколько различных элементов (общий случай)*

Дан массив. Посчитайте, сколько в нём различных элементов, не изменяя самого массива и не используя вспомогательные массивы.

Количество N элементов в массиве не превосходит 10^5 . Задача предполагает решение с количеством операций, пропорциональным N^2 . Поэтому программа будет работать достаточно долго. Тем не менее, тесты составлены таким образом, чтобы рациональное решение проходило по времени.

Input	Output
5 3 2 1 2 3	3

R. *Уникальные элементы*

Дан целочисленный массив. Выведите те его элементы, которые встречаются в массиве только один раз. Элементы нужно выводить в том порядке, в котором они встречаются в массиве.

Количество N элементов в массиве не превосходит 10^5 . Задача предполагает решение с количеством операций, пропорциональным N^2 . Поэтому программа будет работать достаточно долго. Тем не менее, тесты составлены таким образом, чтобы рациональное решение проходило по времени.

Input	Output
6 1 2 2 3 3 3	1

S. *Медиана*

В целочисленном массиве нечётное число элементов.

Найдите медиану списка: элемент, который стоял бы ровно посередине списка, если список отсортировать.

При решении этой задачи нельзя модифицировать данный список (в том числе и сортировать его), использовать вспомогательные списки.

Input	Output
7 6 1 9 2 3 4 8	4

T° *Строительство школы*

В деревне все дома расположены вдоль одной улицы по одну сторону от неё. По другую сторону от этой улицы пока ничего нет, но скоро все будет — школы, магазины, кинотеатры и т.д.

Для начала в этой деревне решили построить школу. Место для строительства школы решили выбрать так, чтобы суммарное расстояние, которое проезжают ученики от своих домов до школы, было минимально.

План деревни можно представить в виде прямой, в некоторых целочисленных точках которой находятся дома учеников. Школу также разрешается строить только в целочисленной точке этой прямой (в том числе разрешается строить школу в точке, где расположен один из домов — ведь школа будет расположена с другой стороны улицы).

Напишите программу, которая по известным координатам домов учеников поможет определить координаты места строительства школы.

Сначала на вход программе подаётся натуральное число $N \leq 10^6$ — число домов, в следующей строке записаны N целых чисел — координаты домов в порядке **возрастания**.

Программа должна вывести целое число — координату школы, суммарное расстояние от которой до всех домов наименьшее. Если таких координат несколько — выведите любую.

Input	Output
4 10 20 30 40	30

Немного интриги: это задача по геометрии.

U° *Является ли массив подпоследовательностью другого*

Даны два целочисленных массива. Определить, является ли второй массив подпоследовательностью первого. Выведите YES, если вторая последовательность является подпоследовательностью первой, иначе выведите NO.

Суммарное количество операций должно быть пропорционально сумме длин массивов, а не их произведению.

Входные данные состоят из четырёх строк. На первой и третьей строчках записано по одному натуральному числу, не превосходящему $3 \cdot 10^5$ - размеры первого и второго массивов, соответственно. На второй и четвертой строках выписаны элементы массивов. Каждое число не превосходит по модулю 10^9 .

Input	Output
3 1 2 3 2 1 3	YES
3 1 2 3 2 3 1	NO

V° *Все простые в диапазоне*

Даны два числа M и N , $2 \leq M \leq N \leq 3 \cdot 10^6$.

Вывести все простые числа от M до N включительно.

Если в указанном диапазоне простых чисел нет — вывести отрицательное число -1 .

Для решения задачи надо получить массив логических переменных `primes`, такой, что `primes[k] = true` и т.т., когда k — простое число. Сперва все значения равны `true`, затем при помощи решета Эратосфена изменить этот массив, чтобы он соответствовал его определению.

Input	Output
2 5	2 3 5

W° *Разворот части массива*

Переставьте в обратном порядке элементы массива, находящиеся между указанными индексами (включая границы).

Решение следует оформить в виде функции с тремя параметрами: массив, левая граница и правая граница. Функция должна изменять переданный массив в соответствии с условием.

На вход подаётся три строки: в первой размер массив N , во второй N целых чисел через пробел, в третьей два числа, разделённые пробелом: индексы левой и правой границ, соответственно.

Input	Output
10 0 5 2 4 9 -1 3 9 7 8 3 7	0 5 2 9 3 -1 9 4 7 8

X. *Разворот чётного подмассива*

В данном массиве обратить подмассив, состоящий из всех чётных чисел. Время работы должно быть пропорционально длине массива.

На вход подаётся натуральное число N ($1 \leq N \leq 10^5$). Затем на вход подаётся строка, в которой через пробел записаны N целых чисел. Каждое число не превосходит по модулю 10^9 .

Input	Output
10 6 10 3 6 3 8 2 3 7 3	2 8 3 6 3 10 6 3 7 3

Y* *Большой сдвиг*

Дан массив из N ($1 \leq N \leq 10^5$) целых чисел и число K ($|K| \leq 10^5$). Циклически сдвиньте массив на $|K|$ элементов вправо, если K положительное число и влево, если отрицательное.

Решение должно иметь сложность $O(N)$. В частности, время работы алгоритма не должно зависеть от K . Количество вспомогательной памяти $O(1)$.

В этой задаче полезно “подвигать” элементы при циклических сдвигах на 2, 3, 4, 5, 6 в массиве из 12 элементов. Это может привести вас на соответствующий математический факт и алгоритм.

Input	Output
5 5 3 7 4 6 3	7 4 6 5 3

Z. *Минимальное число, непредставимое в виде суммы*

Дан упорядоченный по неубыванию массив натуральных чисел. Найти минимальное натуральное число, не представимое в виде суммы нескольких элементов массива. Каждый элемент массива может быть взят не более одного раза. Массив содержит не более 10^5 элементов.

Придумайте очевидный инвариант для цикла и решение появится само собой.

Input	Output
5 1 1 2 5 15	10