Школа 57
8 «М» класс

Алгебра логики: Теория

13 января 2023г
Информатика 1

Определение 1. *Высказыванием* будем называть предложение, про которое можно сказать, что оно истинно или ложно.

Пример 1. "Все квадратные уравнения имеют 2 различных корня"— *высказывание*

Определение 2. Переменные, которые обозначают высказывания, называются *пропозициональными переменными.* Обычно для таких переменных используют заглавные латинские буквы A, B, C и так далее. Такие переменные могут принимать 2 выделенных значения — F и T (False/True или Ложь/Истина или 0/1). Множество $\{F, T\}$ назовём $\mathbb{B}$.

Определение 3. *Логические операции* - операции над высказываниями, позволяющие составлять новые высказывания путём соединения более простых.

Есть 3 основных логических операции.

1. *Конъюнкция*, оператор **И**, в математике $\wedge$, в коде &&
   - $A \wedge B$ истинно тогда и только тогда, когда истинны оба A **И** B
2. *Дизъюнкция*, оператор **ИЛИ**, в математике $\vee$, в коде ||
   - $A \vee B$ истинно тогда и только тогда, когда истинно хотя бы одно из утвеждений, то есть A **ИЛИ** B.
3. *Отрицание*, оператор **НЕ**, в математике $\neg$, в коде !
   - $\neg A$ истинно тогда и только тогда, когда A ложно.

Заметим, что конъюнкция и дизъюнкция оперируют с двумя утверждениями, тогда как отрицание — с одним. Говорят, что конъюнкция и дизъюнкция бинарные операции, а отрицание — унарная.

Определение 4. *Формулой* называется строка составленная из переменных, скобок и логических операций.

Способ построения формул описан строгим набором естественных правил, который мы тут не приводим, но дадим следующие два примера.

Пример 2. $(A \wedge B) \vee (\neg C \wedge \neg A)$ – *формула*

Пример 3. $((A \neg BC))))\vee$ – не формула

Определение 5. *Булевой функцией* называется отображение $\mathbb{B}^n \to \mathbb{B}$. Заметим, что всякая формула естественным образом задаёт функцию.

Определение 6. В отличие от привычных числовых функций в алгебре, для булевых функций можно выписать её результат для всех возможных комбинаций значений параметров. Соответствующая таблица называется *таблицей истинности.*

Пример 4. Таблицы истинности для основных логических операций.

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	$\neg A$
0	1
1	0

Определение 7. Формулы, верные для любой комбинации значений аргументов, называются *тавтологиями.*

Пример 5. $(A \vee \neg A)$ – *тавтология*, а $((A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B))$ – не *тавтология.* Эти примеры можно проверить, выписав соответствующие таблицы истинности.