

## Графы, их хранение и элементарный анализ.

### А. Стоки и истоки графа

Вершина ориентированного графа называется истоком, если в неё не входит ни одно ребро и стоком, если из неё не выходит ни одного ребра.

Ориентированный граф задан матрицей смежности. Найдите все вершины графа, которые являются истоками, и все его вершины, которые являются стоками.

Сначала вводится число  $N$  ( $1 \leq N \leq 100$ ) — количество вершин в графе, а затем  $N$  строк по  $N$  чисел, каждое из которых равно 0 или 1, — его матрица смежности: в  $i$ -ой строке на  $j$ -ом месте стоит 1, если в графе есть ребро из вершины  $i$  в вершину  $j$ , и 0 в противном случае.

В первой строке выведите  $k$  — число истоков в графе и затем  $k$  чисел — номера вершин, которые являются истоками, в возрастающем порядке. Затем выведите информацию о стоках в том же порядке.

Вершины нумеруются целыми числами, начиная с единицы.

Input	Output
5	2
0 0 0 0 0	3
0 0 0 0 1	4
1 1 0 0 0	3
0 0 0 0 0	1
0 0 0 0 0	4
	5

### В. Турнирный граф

Ориентированный граф называется турниром, если между любой парой его различных вершин существует ровно одно ребро. Для заданного списком рёбер графа проверьте, является ли он турниром.

Сначала вводятся числа  $N$  ( $1 \leq N \leq 100$ ) — количество вершин в графе и  $M$  ( $1 \leq M \leq N(N-1)$ ) — количество ребер. Затем следует  $M$  пар чисел — ребра графа (ребро из первой вершины во вторую).

Выведите YES, если граф является турниром, и NO в противном случае.

Input	Output
5 10	YES
1 2	
1 3	
1 5	
2 3	
2 5	
4 1	
4 2	
4 3	
4 5	
5 3	

### С. Транзитивность неориентированного графа

Напомним, что граф называется транзитивным, если для любых попарно различных вершин  $u, v, w$  из того, что вершины  $u$  и  $v$  соединены ребром и вершины  $v$  и  $w$  соединены ребром следует, что вершины  $u$  и  $w$  соединены ребром.

Проверьте, что заданный неориентированный граф является транзитивным.

В первой строке входных данных записаны два числа  $N$  ( $1 \leq N \leq 100$ ) — количество вершин в графе и  $M$  ( $1 \leq M \leq \frac{n(n-1)}{2}$ ) — количество рёбер. Затем следует  $M$  строк, в каждой из которых записана пара чисел — номера вершин соответствующие рёбрам графа.

Выведите YES, если граф является транзитивным, и NO в противном случае.

Input	Output
5 4	YES
1 2	
2 3	
3 1	
4 5	

D. *Транзитивность ориентированного графа*

Напомним, что ориентированный граф называется транзитивным, если для любых трёх различных вершин  $u$ ,  $v$  и  $w$  из того, что из  $u$  в вершину  $v$  ведет ребро и из вершины  $v$  в вершину  $w$  ведет ребро, следует, что из вершины  $u$  в вершину  $w$  ведет ребро.

Проверьте, что заданный ориентированный граф является транзитивным.

Сначала вводятся числа  $N$  ( $1 \leq N \leq 100$ ) — количество вершин в графе, а затем  $N$  строк по  $N$  чисел, каждое из которых равно 0 или 1, — его матрица смежности.

Выведите YES, если граф является транзитивным, и NO в противном случае.

Input	Output
5 0	YES

E. *Проверка графа на полноту*

Неориентированный граф с кратными рёбрами называется полным, если любая пара его различных вершин соединена хотя бы одним ребром. Для заданного списком ребер графа проверьте, является ли он полным.

Сначала вводятся числа  $n$  ( $1 \leq n \leq 100$ ) — количество вершин в графе и  $m$  ( $1 \leq m \leq 10^4$ ) — количество ребер. Затем следует  $m$  пар чисел — ребра графа.

Выведите YES, если граф является полным, и NO в противном случае.

Input	Output
5 18 1 2 1 3 1 3 1 4 1 4 1 4 1 5 1 5 2 3 2 4 2 4 2 5 3 4 3 4 3 4 3 5 3 5 4 5	YES

F. *Треугольник минимального периметра*

Дан неориентированный взвешенный граф, между любыми двумя рёбрами которого есть ребро. Требуется найти «треугольник» — цикл из трёх вершин, сумма дорог между которыми была бы минимальна.

В первой строке задается число  $N$  ( $3 \leq N \leq 100$ ). В следующих  $N$  строках содержится матрица  $N \times N$  расстояний между вершинами (число в позиции  $(i, j)$  обозначает длину дороги, соединяющей  $i$ -ую и  $j$ -ую вершины).

Матрица симметрична относительно главной диагонали, на главной диагонали стоят 0. Все числа в матрице (кроме стоящих на главной диагонали) — натуральные, не превышающие 1000. Требуется вывести три числа — номера вершин графа в оптимальном маршруте. Если маршрутов несколько, выведите любой из них.

Input	Output
5 0 1 9 9 2 1 0 9 9 9 9 9 0 9 9 9 9 9 0 9 2 9 9 9 0	1 2 5